

Seria 6

Zadanie 1

Bryła w kształcie stożka o promieniu podstawy R i wysokości h leży na płaszczyźnie pochylonej o kąt α do poziomu. Tarcie nie pozwala stożkowi się zsuwać, może on jedynie toczyć się bez poślizgu. Przy dostatecznie małej energii toczenie ma charakter oscylacji wokół linii najszybszego spadku. Wyznacz okres małych drgań

Zadanie 2

Trzy ciężarki połączone nieważkimi prętami tworzą bryłę. Ciężarek o masie m zajmuje położenie $(a,0,0)$, ciężarek o masie $2m$ zajmuje położenie $(0,a,a)$, a ciężarek o masie $3m$ zajmuje położenie $(0,a,-a)$. Znajdź tensor bezwładności tej bryły, wyznacz kierunki główne i główne momenty bezwładności.

Zadanie 3

Udowodnij, dla cienkiej płaskiej płytki dowolnego kształtu wirującej (bez działania sił) wokół ustalonego punktu płaszczyzny płytki, że rzut prędkości kątowej na płaszczyznę płytki ma wartość stałą. Skorzystaj z równań Eulera i związków między momentami bezwładności płaskiej płytki, a w szczególności z faktu, że kierunek prostopadły jest kierunkiem głównym.

Zadanie 4

Jednorodny cienki pręt, unieruchomiony w środku, zakrecono z prędkością kątową ω wokół osi tworzącej kąt 45° z osią pręta. Wyznacz dalszy ruch pręta.

Zadanie 5

Swobodny, szybki bąk symetryczny, niezbyt różny od kulistego, wykonuje regularną precesję (z niewielkim kątem ϑ_0 między momentem pędu a osią symetrii). Na osi symetrii bąka umieszczono ładunek elektryczny w odległości d od punktu unieruchomienia. Początkowo ładunek nie odgrywa żadnej roli, ale nagle włączono pole elektryczne E w kierunku tworzącym kąt ϑ_1 z kierunkiem momentu pędu. Opisz dalszy ruch bryły przy założeniu, że bąk jest naprawdę szybki.